

# LEHRBUCH

DER

# ALGEBRA.

VON

HEINRICH WEBER,

PROFESSOR DER MATHEMATIK IN DER UNIVERSITÄT GÖTTINGEN.

IN ZWEI BÄNDEN.

ZWEITER BAND.

---

BRAUNSCHWEIG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH Vieweg & Sohn.

1896.

17512  
137  
42

---

Alle Rechte vorbehalten.

---

## VORWORT ZUM ZWEITEN BANDE.

Der in dem Vorworte zum ersten Bande angekündigten Absicht genüge kann ich heute den zweiten Band meines Lehrbuches der Algebra der Geltentlichkeit übergeben. Der dort aufgestellte Plan ist in den wesentlichen Punkten durchgeführt. Bei den Anwendungen bin ich bemüht gewesen, solche Probleme auszuwählen, die bereits in anderen Gebieten, der Geometrie oder Funktionentheorie, ein selbständiges Interesse gewonnen haben, und die zugleich die Hauptpunkte der algebraischen Theorie möglichst vielseitig zur Anwendung bringen.

Die Anwendung der Theorie der algebraischen Zahlen ist bis zur Theorie der Kreistheilungszahlen durchgeführt. Wenn Leben und Arbeitskraft vorhanden, hoffe ich, in einer Fortsetzung meiner Werke die weiteren Anwendungen auf das Gebiet der elliptischen Funktionen darzustellen, die nur zum Theil in meinem Bande „Elliptische Funktionen und algebraische Zahlen“ enthalten sind.

Auch während der Ausarbeitung und des Druckes des zweiten Bandes hat mir die Hilfe und der Rath der Freunde zu Seite gestanden, die ich schon in der Vorrede zur ersten Auflage genannt habe. Aber auch manchen neuen Freund hat sich der erste Band bereits erworben, der meine Arbeit durch Würde und Ratshilfe gefordert hat. Ihnen allen spreche ich an dieser Stelle meinen Dank aus, und füge die Bitte hinzu, dass sie dem Werke auch weiterhin ihr Interesse bewahren mögen.

Strasburg, im Juli 1896.

Der Verfasser.



# INHALT DES ZWEITEN BANDES.

---

## Erstes Buch.

### G r u p p e n .

#### Erster Abschnitt.

##### Allgemeine Gruppentheorie.

	Seite
§. 1. Definition der Gruppen . . . . .	3
§. 2. Die Divisoren endlicher Gruppen . . . . .	7
§. 3. Normaltheiler einer Gruppe . . . . .	10
§. 4. Composition der Theile . . . . .	12
§. 5. Mehrstufiger Isomorphismus . . . . .	15
§. 6. Die Compositionsreihe und der Satz von C. Jordan . . . . .	17
§. 7. Weitere Sätze über die Compositionsreihen . . . . .	24
§. 8. Metacyklische Gruppen . . . . .	27

#### Zweiter Abschnitt.

##### Abel'sche Gruppen.

§. 9. Darstellung Abel'scher Gruppen durch eine Basis . . . . .	32
§. 10. Die Invarianten der Abel'schen Gruppen . . . . .	39
§. 11. Gruppencharaktere . . . . .	43
§. 12. Divisoren einer Abel'schen Gruppe. Reciproke Gruppen . . .	48
§. 13. Die Geschlechter in einer Abel'schen Gruppe . . . . .	52
§. 14. Indices nach einer ungeraden Primzahlpotenz als Modul . . .	54
§. 15. Indices für eine Potenz von 2 als Modul . . . . .	58
§. 16. Die Gruppen der Zahlklassen nach einem zusammengesetzten Modul . . . . .	60

#### Dritter Abschnitt.

##### Die Gruppe der Kreistheilungskörper.

§. 17. Die Resolventen der Kreistheilungstheorie . . . . .	63
§. 18. Kreistheilungskörper . . . . .	67
§. 19. Primäre und nicht primäre Theiler der Gruppe $\mathfrak{N}$ . . . . .	72
§. 20. Die Kreistheilungsperioden . . . . .	74
§. 21. Kreistheilungskörper mit gegebener Gruppe . . . . .	79
§. 22. Bestimmung der Gruppe $\mathfrak{U}$ . . . . .	92

## Vierter Abschnitt.

## Cubische und biquadratische Abel'sche Körper.

	Seite
§. 23. Cubische Kreistheilungskörper . . . . .	94
§. 24. Biquadratische Kreistheilungskörper . . . . .	101
§. 25. Cubische Abel'sche Gleichungen . . . . .	107
§. 26. Biquadratische Abel'sche Gleichungen . . . . .	110

## Fünfter Abschnitt.

## Constitution der allgemeinen Gruppen.

§. 27. Bildung von Gruppen nach Cayley . . . . .	114
§. 28. Beziehung der allgemeinen Gruppen zu den Permutationsgruppen . . . . .	117
§. 29. Der erste Sylow'sche Satz . . . . .	121
§. 30. Der zweite Sylow'sche Satz . . . . .	125
§. 31. Gruppen vom Grade $p^a$ . . . . .	127
§. 32. Satz von Frobenius . . . . .	129
§. 33. Gruppen vom Grade $p^a q$ . . . . .	134
§. 34. Einfache Gruppen . . . . .	136
§. 35. Gruppen vom Grade $p q$ . . . . .	140
§. 36. Grenzen des Index eines Theilers der symmetrischen Permutationsgruppe . . . . .	143

## Zweites Buch.

## Lineare Gruppen.

## Sechster Abschnitt.

## Gruppen linearer Substitutionen.

§. 37. Lineare Substitutionen und ihre Zusammensetzung . . . . .	151
§. 38. Substitution der Verhältnisse . . . . .	158
§. 39. Permutationen als lineare Substitutionen . . . . .	159
§. 40. Die Invarianten von endlichen Gruppen linearer Substitutionen	161
§. 41. Der Satz von Hilbert . . . . .	165
§. 42. Endlichkeit des Invariantensystems einer endlichen linearen Substitutionsgruppe . . . . .	168
§. 43. Das Formenproblem . . . . .	171
§. 44. Klein's Erweiterung des algebraischen Grundproblems . . . . .	176
§. 45. Einfluss relativer Invarianten . . . . .	177
§. 46. Der erweiterte Invariantenbegriff . . . . .	179
§. 47. Normalformen . . . . .	181

## Siebenter Abschnitt.

## Gruppen binärer linearer Substitutionen.

§. 48. Ternäre orthogonale Substitutionen . . . . .	184
§. 49. Lineare gebrochene Substitutionen . . . . .	189

1	Einleitung	1
2	Die Gruppen der zweiten Art und die Diedergruppen	11
3	Die Gruppen der ersten Art und die Diedergruppen	17
4	Die Gruppen der zweiten Art und die Diedergruppen	23
5	Die Gruppen der ersten Art und die Diedergruppen	29
6	Die Gruppen der zweiten Art und die Diedergruppen	35

## Vierter Abschnitt

## Die Polyedergruppen.

7	Die Gruppen der zweiten Art und die Diedergruppen	41
8	Die Tetraedergruppe	41
9	Die Oktaedergruppe	46
10	Die Ikosaedergruppe	51
11	Die Gruppe der Ikosaedergruppe	56
12	Die Gruppen in der Ikosaedergruppe	61
13	Die Illustration des Ikosaeders	66
14	Polyedergruppen der zweiten Art, kristallographische Gruppen	71

## Fünfter Abschnitt

## Congruenzgruppen.

15	Einleitung	241
16	Congruenzgruppen	241
17	Congruenzgruppen zweiten Grades	250
18	Untergruppe der Gruppe $I_2$	254
19	Congruenzgruppen zweiten Grades	254
20	Die zweite zweiten Congruenzgruppe $I_2$	254
21	Imaginäre Form der Gruppe $I_2$	261
22	Die ersten der Gruppe $I_2$ , deren Grad durch $p$ teilbar ist	266
23	Die ersten der Gruppe $I_2$ , deren Grad nicht durch $p$ teilbar ist	271
24	Constitution der Gruppe $I_2$ vom Grade $p$	283

## Drittes Buch

## Anwendungen der Gruppentheorie.

## Fünfter Abschnitt

## Allgemeine Theorie der metacyklischen Gleichungen.

3	Die Koeffizienten der Gleichungen	299
4	Metacyklische Gleichungen	302
5	Metacyklische Gleichungen, deren Grad eine Primzahl ist	307
6	Darstellung der Abel'schen Gruppe $Q$	309
7	Analytische Darstellung der Permutationen	311
8	Darstellung der metacyklischen Gruppe $P$	314
9	Terminale lineare Congruenzgruppe für den Modul 2	316